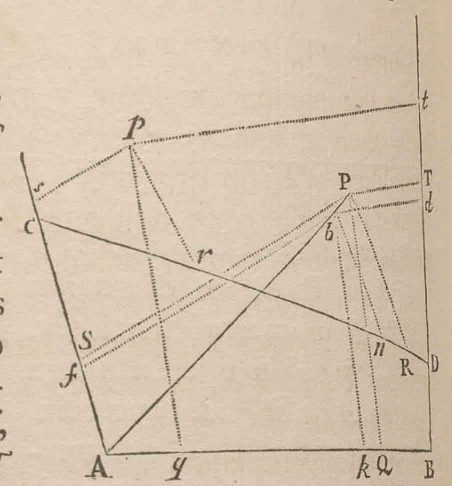
BD cum linea AC, manente poſitione trium AB, CD, AC; dein coeat etiam linea PT cum linea PS: & rectangulum $PS \times PT$ evadet PS *quad.* rectæque AB, CD, quæ curvam in punctis A & B, C & D ſecabant, jam curvam in punctis illis coeuntibus non amplius ſecare poſſunt, ſed tantum tangent.

Scholium.

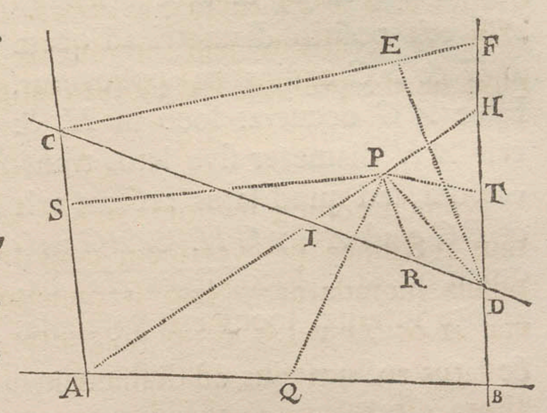
Nomen conicæ ſectionis in hoc lemmate late ſumitur, ita ut ſectio tam rectilinea per verticem coni tranſiens, quam circularis baſi parallela includatur. Nam ſi punctum p incidit in rectam, qua puncta A & D vel C & B junguntur, conica ſectio vertetur in geminas rectas, quarum una eſt recta illa in quam punctum p incidit, & altera eſt recta qua alia duo ex punctis quatuor junguntur. Si trapezii anguli duo oppoſiti ſimul ſumpti æquentur duobus rectis, & lineæ quatuor PQ, PR, PS, PT ducantur ad latera ejus vel perpendiculariter vel in angulis quibuſvis æqualibus, ſitque rectangulum ſub duabus ductis $PQ \times PR$ æquale rectangulo ſub duabus aliis $PS \times PT$, ſectio conica evadet circulus. Idem fiet, ſi lineæ quatuor ducantur in angulis quibuſvis, & rectangulum ſub duabus ductis $PQ \times PR$ ſit ad rectangulum ſub aliis duabus $PS \times PT$ ut rectangulum ſub ſinubus angulorum S, T, in quibus duæ ultimæ PS, PT ducuntur, ad rectangulum ſub ſinubus angulorum Q, R, in quibus duæ primæ PQ, PR ducuntur. Cæteris in caſibus locus puncti P erit aliqua trium figurarum, quæ vulgo nominantur ſectiones conicæ. Vice autem trapezii $ABCD$ ſubſtitui poteſt quadrilaterum, cujus latera duo oppoſita ſe mutuo inſtar diagonalium decuſſant. Sed & e punctis quatuor A, B, C, D poſſunt unum vel duo abire ad infinitum, eoque pacto latera figuræ, quæ ad puncta illa convergunt, evadere parallela: quo in caſu ſectio conica tranſibit per cætera puncta, & in plagas parallelarum abibit in infinitum.



LEMMA

LEMMA XIX.

Invenire punctum P, *a quo ſi rectæ quatuor* PQ, PR, PS, PT *ad alias totidem poſitione datas rectas* AB, CD, AC, BD, *ſingulæ ad ſingulas, in datis angulis ducantur, rectangulum ſub duabus ductis,* PQ×PR, *ſit ad rectangulum ſub aliis duabus,* PS×PT, *in data ratione.*



Lineæ AB, CD, ad quas rectæ duæ PQ, PR unum rectangulorum continentes ducuntur, conveniant cum aliis duabus poſitione datis lineis in punctis A, B, C, D. Ab eorum aliquo A age rectam quamlibet AH, in qua velis punctum P reperiri. Secet ea lineas oppoſitas BD, CD, nimirum BD in H & CD in I, & ob datos omnes angulos figuræ, dabuntur rationes PQ ad PA & PA ad PS, ideoque ratio PQ ad PS. Auferendo hanc a data ratione $PQ \times PR$ ad $PS \times PT$, dabitur ratio PR ad PT, & addendo datas rationes PI ad PR, & PT ad PH dabitur ratio PI ad PH, atque ideo punctum P. *Q. E. I.*

Corol. 1. Hinc etiam ad loci punctorum infinitorum P punctum quodvis D tangens duci poteſt. Nam chorda PD, ubi puncta P ac D conveniunt, hoc eſt, ubi AH ducitur per punctum D, tangens evadit. Quo in caſu, ultima ratio evaneſcentium IP & PH invenietur ut ſupra. Ipſi igitur AD duc parallelam CF, occurrentem BD in F, & in ea ultima ratione ſectam in E, & DE tangens erit, propterea quod CF & evaneſcens IH parallelæ ſunt, & in E & P ſimiliter ſectæ.

Corol. 2. Hinc etiam locus punctorum omnium P definiri poteſt. Per quodvis punctorum A, B, C, D, puta A, duc loci tangentem AE, & per aliud quodvis punctum B duc tangenti parallelam BF occurren-